EJERCICIO 1

De dos sucesos *A* y *B*, asociados a un mismo experimento aleatorio, se conocen las probabilidades

$P(B)$ = 0.7, $P(A/B)$ = 0.8 y $P(A\cap B^C)$ = 0.24.

a) Calcule $P(A\cap B)$.

b) Halle $P(A)$.

c) Determine si *A* y *B* son independientes.

a) $P(A/B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)} \to 0{,}8=\dfrac{P(A\cap B)}{0{,}7} \to P(A\cap B)=0{,}8\cdot 0{,}7=0{,}56$

b) $P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B^C)=0{,}56+0{,}24=0{,}8$

c) $P(A)\cdot P(B)=0{,}8\cdot 0{,}7=0{,}56=P(A\cap B)$. Luego A y B son independientes.

También, $P(A/B)=0{,}8=P(A)$

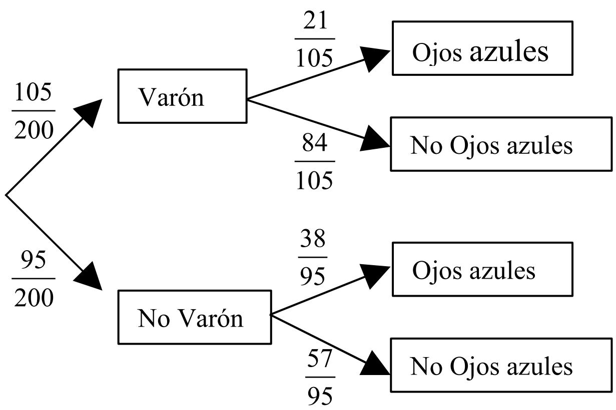
EJERCICIO 2

En un hospital se han producido 200 nacimientos en un mes. De ellos, 105 son varones y, de éstos, 21 tienen los ojos azules. Asimismo se ha observado que 38 de las niñas nacidas en ese mes tienen los ojos azules.

Se elige, al azar, un recién nacido entre los 200 citados.

a) Calcule la probabilidad de que tenga los ojos azules.

b) Si el recién nacido que se elige tiene los ojos azules, ¿cuál es la probabilidad de que sea un varón?



a) P(Ojos azules) = $\dfrac{105}{200}\cdot\dfrac{21}{105}+\dfrac{95}{200}\cdot\dfrac{38}{95}=\dfrac{21}{200}+\dfrac{38}{200}=\dfrac{59}{200}=0{,}295$

b) $P(\text{Varón / Ojos azules})=\dfrac{P(\text{Varón}\cap\text{Ojos azules})}{P(\text{Ojos azules})}=\dfrac{\frac{105}{200}\cdot\frac{21}{105}}{0{,}295}=\dfrac{0{,}105}{0{,}295}=0{,}3559$

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 3

Sean *A* y *B* dos sucesos tales que $P(A)=0.4$, $P(B^C)=0.7$ y $P(A\cup B)=0.6$, donde B^c es el suceso contrario de *B*.
a) ¿Son independiente *A* y *B*?
b) Calcule $P(A/B^C)$.

a) Dos sucesos A y B son independientes si $P(A)\cdot P(B) = P(A\cap B)$. Para comprobarlo debemos calcular primero $P(B)$ y $P(A\cap B)$:

$$P(B)=1-P(B^C)=1-0{,}7=0{,}3$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$0{,}6=0{,}4+0{,}3-P(A\cap B)\ \rightarrow\ P(A\cap B)=0{,}4+0{,}3-0{,}6=0{,}1$$

$P(A)\cdot P(B) = 0{,}4\cdot 0{,}3 = 0{,}12$

Como $P(A\cap B)\neq P(A)\cdot P(B)$, los sucesos *A* y *B* no son independientes.

b) Para poder aplicar la fórmula de la probabilidad condicionada debemos calcular antes $P(A\cap B^C)$

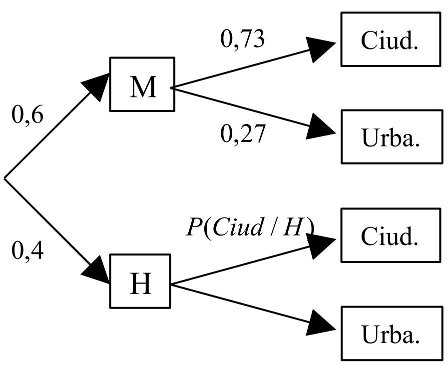
$$P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B^C)$$

$$0{,}4=0{,}1+P(A\cap B^C)\ \rightarrow\ P(A\cap B^C)=0{,}4-0{,}1=0{,}3$$

$$P(A/B^C)=\frac{P(A\cap B^C)}{P(B^C)}=\frac{0{,}3}{0{,}7}=\frac{3}{7}=0{,}4286$$

EJERCICIO 4

Se realiza una encuesta sobre las preferencias de vivir en la ciudad o en urbanizaciones cercanas. Del total de la población encuestada el 60% son mujeres, de las cuales prefieren vivir en la ciudad un 73%. Se sabe que la probabilidad de que una persona, sea hombre o mujer, desee vivir en la ciudad es 0.62.
a) Calcule la probabilidad de que elegido un hombre al azar, prefiera vivir en la ciudad.
b) Supuesto que una persona, elegida al azar, desee vivir en la ciudad, calcule la probabilidad de que sea mujer.



a) P(Ciud.) = P(M) · P(Ciud./M) + P(H) · P(Ciud./H)
0,62 = 0,6 · 0,73 + 0,4 · P(Ciud./H)

0,62 = 0,438 + 0,4 · P(Ciud./H) $\rightarrow$ $P(Ciud./H)=\frac{0{,}62-0{,}438}{0{,}4}=\frac{0{,}182}{0{,}4}=0{,}455$

b) $P(M/Ciud.)=\frac{P(M\cap Ciud.)}{P(Ciud.)}=\frac{0{,}6\cdot 0{,}73}{0{,}62}=0{,}706$

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 5

En cierto barrio hay dos panaderías. El 40% de la población compra en la panadería A, el 25% en la B, y el 15% en ambas. Se escoge una persona al azar:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que esta persona compre en A y no compre en B?
b) Si esta persona es cliente de A, ¿cuál es la probabilidad de que también sea cliente de B?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea cliente de A ni de B?
d) ¿Son independientes los sucesos "ser cliente de A" y "ser cliente de B"?

a) $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$

$0{,}4 = 0{,}15 + P(A \cap \overline{B}) \rightarrow P(A \cap \overline{B}) = 0{,}25$

b) $P(B / A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}4} = 0{,}375$

c) $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] =$

$= 1 - (0{,}4 + 0{,}25 - 0{,}15) = 0{,}5$

d) $P(A) \cdot P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}10 \neq 0{,}15 = P(A \cap B)$. Luego no son independientes.

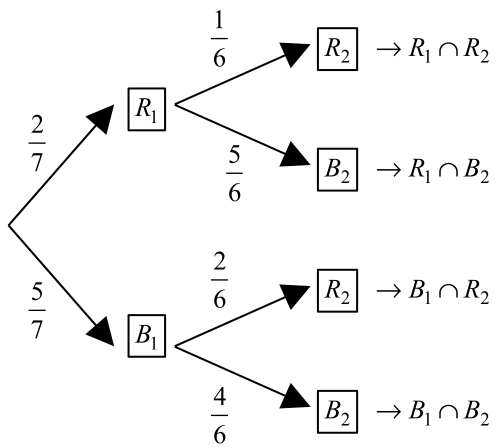
EJERCICIO 6

Entre las 7 bolas de una máquina de futbolín hay 2 rojas y 5 blancas; en cada partida, la máquina va sacando las bolas de una en una, de forma aleatoria, sin reemplazamiento.
Calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:
a) "La primera bola es roja".
b) "Las dos primeras bolas son blancas".
c) "Las dos primeras bolas son de colores distintos".

a) $P(R_1) = \dfrac{2}{7}$

b) $P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 / B_1) = \dfrac{5}{7} \cdot \dfrac{4}{6} = \dfrac{20}{42} = \dfrac{10}{21}$

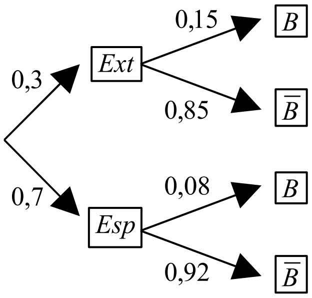
c)



$$P(\neq color) = P(R_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap R_2) = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{10}{42} + \frac{10}{42} = \frac{20}{42} = \frac{10}{21}$$

EJERCICIO 7

En una universidad española el 30% de los estudiantes son extranjeros y, de éstos, el 15% están becados. De los estudiantes españoles, sólo el 8% tienen beca. Si se elige, al azar, un alumno de esta universidad:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea español y no tenga beca?
b) Calcule la probabilidad de que sea extranjero, sabiendo que tiene beca.



a) $P(Esp. \cap \overline{B}) = 0{,}7 \cdot 0{,}92 = 0{,}644$

b) $P(Ext./B) = \dfrac{P(Ext. \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0{,}3 \cdot 0{,}15}{0{,}3 \cdot 0{,}15 + 0{,}7 \cdot 0{,}08} = \dfrac{0{,}045}{0{,}045 + 0{,}056} = \dfrac{0{,}045}{0{,}101} = 0{,}4455$

EJERCICIO 8

En un centro de Bachillerato, los alumnos de 1º son el 60% del total, y los de 2º el 40% restante. De todos ellos, el 46% posee móvil y el 18% son de 1º y tienen móvil.
a) Calcule la probabilidad de que un alumno de 1º, elegido al azar, posea móvil.
b) Elegido un alumno, al azar, resulta que tiene móvil, ¿cuál es la probabilidad de que sea de 2º?

a) $P(M/1^o) = \dfrac{P(1^o \cap M)}{P(1^o)} = \dfrac{0{,}18}{0{,}6} = 0{,}3$

b) P(M) = P(M ∩ 1º) + P(M ∩ 2º)
0,46 = 0,18 + P(M ∩ 2º) → P(M ∩ 2º) = 0,46 – 0,18 = 0,28

$P(2^o/M^o) = \dfrac{P(2^o \cap M)}{P(M)} = \dfrac{0{,}28}{0{,}46} = 0{,}6087$

EJERCICIO 9

María y Laura idean el siguiente juego: cada una lanza un dado, si en los dos dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate.
a) Calcule la probabilidad de que gane Laura.
b) Calcule la probabilidad de que gane María.

a) P(gana Laura) = P(=nº) = $\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

b) P(gana María) = $\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$ (7 = 1+6 = 2+5 = 3+4 = 4+3 = 5+2 = 6+1)

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 10

Dados dos sucesos aleatorios *A* y *B*, se sabe que: $P(B^C) = \frac{3}{4}$ y $P(A) = P(A/B) = \frac{1}{3}$

(B^C indica el complementario del suceso *B*).

a) Razone si los sucesos *A* y *B* son independientes.

b) Calcule $P(A \cup B)$.

a) $P(B) = 1 - P(B^C) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Son independientes porque P(A/B) = P(A), o P(A ∩ B) = P(A) · P(B)

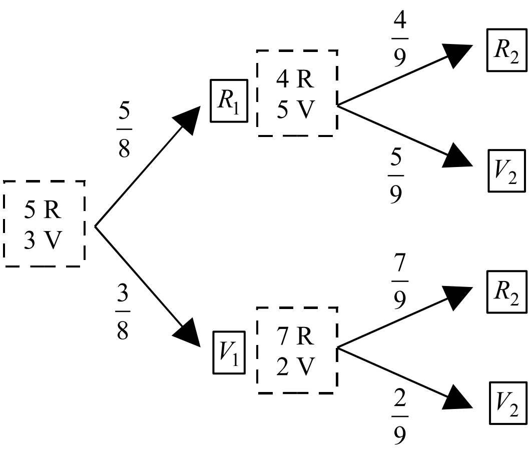
b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

EJERCICIO 11

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por dos bolas de otro color. A continuación, se extrae una segunda bola. Calcule:

a) La probabilidad de que la segunda bola sea verde.

b) La probabilidad de que la primera haya sido roja, sabiendo que la segunda también ha sido roja.



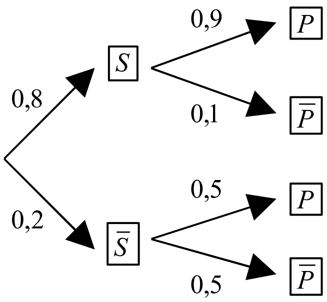
a) $P(V_2) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{9} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{9} = \frac{25}{72} + \frac{6}{72} = \frac{31}{72}$

b) $P(R_1 / R_2) = \dfrac{\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9}}{\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{9}} = \dfrac{20/72}{20/72 + 21/72} = \frac{20}{41}$

OZONO CENTRO de ESTUDIOS
C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com
C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 12

El despertador de un trabajador suena en el 80% de los casos. Si suena, la probabilidad de que llegue puntual al trabajo es 0.9; si no suena, llega tarde el 50% de las veces.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que llegue puntual?
b) Si llega tarde, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sonado el despertador?



a) $P(P) = 0{,}8 \cdot 0{,}9 + 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}72 + 0{,}10 = 0{,}82$

b) $P(\overline{S} / \overline{P}) = \dfrac{0{,}2 \cdot 0{,}5}{0{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}5} = \dfrac{0{,}1}{0{,}08 + 0{,}1} = \dfrac{0{,}1}{0{,}18} = 0{,}5556$

EJERCICIO 13

Consideramos el experimento aleatorio de lanzar dos dados distintos y anotar el producto de sus puntuaciones.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho producto sea igual a 6?
b) Si sabemos que el producto ha sido 4, ¿cuál es la probabilidad de que hayan salido los dos dados con la misma puntuación?

a) Casos posibles: 6 · 6 = 36
Casos favorables: {1, 6}, {2, 3}, {3, 2}, {6,1} $\rightarrow$ 4 $\quad P(producto = 6) = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

b) $P(= puntuación / producto = 4) = \dfrac{P(= puntuación \cap producto = 4)}{P(producto = 4)} = \dfrac{1/36}{3/36} = \dfrac{1}{3}$

EJERCICIO 14

En una ciudad, el 40% de sus habitantes lee el diario A, el 25% lee el diario B y el 50% lee al menos uno de los dos diarios.
a) Los sucesos "leer el diario A" y "leer el diario B" ¿son independientes?
b) Entre los que leen el diario A, ¿qué porcentaje lee también el diario B?
c) Entre los que leen, al menos, un diario, ¿qué porcentaje lee los dos?
d) Entre los que no leen el diario A, ¿qué porcentaje lee el diario B?

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
$0{,}50 = 0{,}40 + 0{,}25 - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = 0{,}40 + 0{,}25 - 0{,}50 = 0{,}15$
P(A) · P(B) = 0,40 · 0,25 = 0,10
Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$, los sucesos A y B no son independientes.

b) $P(B / A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}40} = 0{,}375$ 37,5% de los que leen el diario A (no del total de la población)

c) $P(A \cap B / A \cup B) = \dfrac{P((A \cap B) \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \dfrac{0{,}15}{0{,}50} = 0{,}30$ 30%

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

d) $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})$

$$0{,}25 = 0{,}15 + P(B \cap \overline{A}) \rightarrow P(B \cap \overline{A}) = 0{,}25 - 0{,}15 = 0{,}10$$

$$P(B / \overline{A}) = \frac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{0{,}10}{0{,}60} = 0{,}1666 \qquad 16{,}7\%$$

EJERCICIO 15

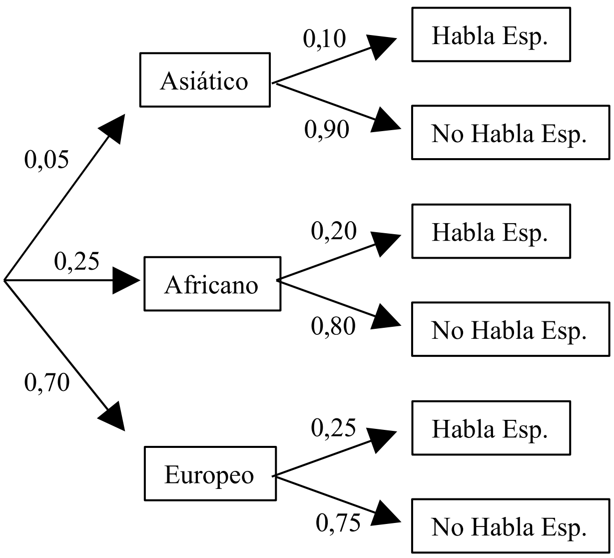
Un estudiante se presenta a un examen en el que debe responder a dos temas, elegidos al azar, de un temario de 80, de los que se sabe 60.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente a los dos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente al menos a uno de los dos?

a) P(responder a los dos) = $\frac{60}{80} \cdot \frac{59}{79} = \frac{3540}{6320} = 0{,}56$

b) P(al menos 1) = 1 – P(ninguno) = $1 - \frac{20}{80} \cdot \frac{19}{79} = 1 - \frac{380}{6320} = 1 - 0{,}06 = 0{,}94$

EJERCICIO 16

En los "Juegos Mediterráneos Almería 2005" se sabe que el 5% de los atletas son asiáticos, el 25% son africanos y el resto son europeos. También se sabe que el 10% de los atletas asiáticos, el 20% de los atletas africanos y el 25% de los atletas europeos hablan español.
a) Calcule la probabilidad de que un atleta, elegido al azar, hable español.
b) Si nos encontramos con un atleta que no habla español, ¿cuál es la probabilidad de que sea africano?



a) P(Hablar Esp.) = 0,05·0,10 + 0,25·0,20 + 0,70·0,25 = 0,005 + 0,05 + 0,175 = 0,23

b) P(Africano/No habla esp.) =

$$\frac{0{,}25 \cdot 0{,}80}{0{,}05 \cdot 0{,}90 + 0{,}25 \cdot 0{,}80 + 0{,}70 \cdot 0{,}75} = \frac{0{,}2}{0{,}045 + 0{,}2 + 0{,}525} = \frac{0{,}2}{0{,}77} = 0{,}2597$$

OZONO CENTRO de ESTUDIOS
C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 17

En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.
a) Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
b) Calcule la probabilidad de que el número premiado termine en 55.
c) Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcule la probabilidad de que el número premiado hoy también termine en 5.

a) P(termine en 5) = $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

b) P(termine en 55) = $\frac{10}{1000} = \frac{1}{100} = 0{,}01$

c) Si las papeletas se renuevan cada día, los sucesos son independientes. Por tanto

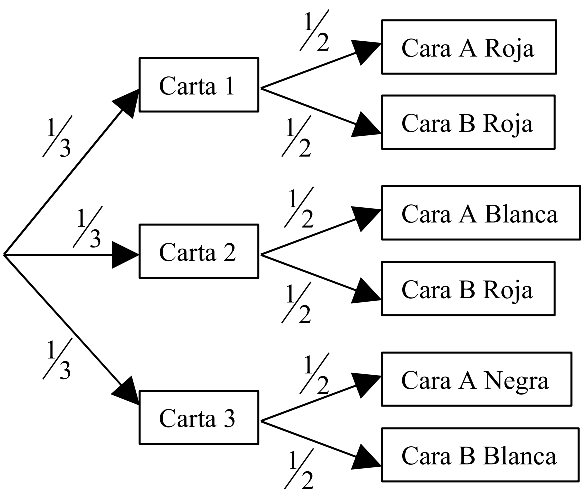
P(terminar hoy en 5 / terminó ayer en 5) = P(termine en 5) = $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

Si no se renuevan las papeletas:

P(terminar hoy en 5 / terminó ayer en 5) = $\frac{99}{1000} = 0{,}099$

EJERCICIO 18

Una bolsa contiene tres cartas: una es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca. Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea blanca?
c) Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?



a) $P(Roja) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) $P(Blanca) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$

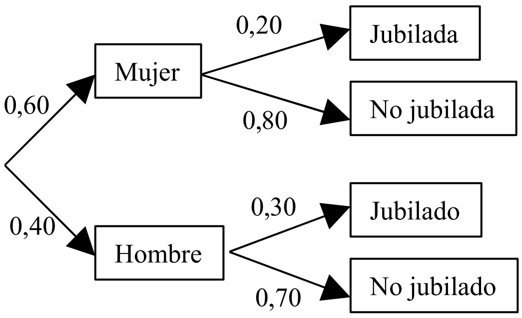
c) $P(Roja / Blanca) = \frac{P(Roja\ y\ Blanca)}{P(Blanca)} = \frac{1/3}{1/3 + 1/3} = \frac{1/3}{2/3} = \frac{1}{2}$

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 19

En una agrupación musical el 60% de sus componentes son mujeres. El 20% de las mujeres y el 30% de los hombres de la citada agrupación están jubilados.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un componente de la agrupación, elegido al azar, esté jubilado?
b) Sabiendo que un componente de la agrupación, elegido al azar, está jubilado ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?



a) P(Jubilado) = 0,6 · 0,2 + 0,4 · 0,3 = 0,12 + 0,12 = 0,24

b) $P(Mujer / Jubilado) = \dfrac{0{,}6 \cdot 0{,}2}{0{,}24} = \dfrac{0{,}12}{0{,}24} = \dfrac{1}{2}$

EJERCICIO 20

Sean *A* y *B* dos sucesos del mismo experimento aleatorio tales que

$$P(A) = \frac{1}{6}\ ,\quad P(B) = \frac{1}{3}\ ,\quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}.$$

a) ¿Son *A* y *B* incompatibles? ¿Son independientes?
b) Calcule $P[A/(A \cup B)]$.

a) $P(A) + P(B) = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2} = P(A \cup B)$. Luego A y B son incompatibles.

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 0$$

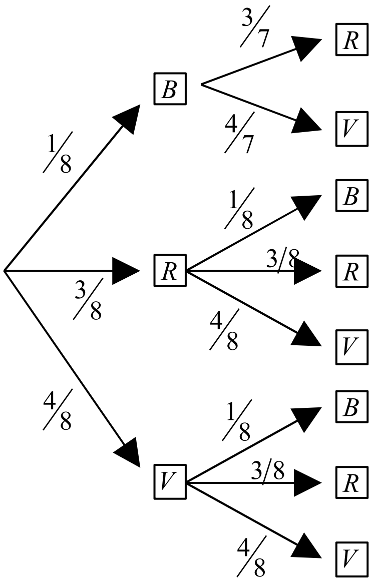
Como $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$, los sucesos A y B no son independientes.

b) $P[A/(A \cup B)] = \dfrac{P[A \cap (A \cup B)]}{P(A \cup B)} = \dfrac{P(A)}{P(A \cup B)} = \dfrac{1/6}{1/2} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 21

En una urna hay 1 bola blanca, 3 rojas y 4 verdes. Se considera el experimento que consiste en sacar primero una bola, si es blanca se deja fuera, y si no lo es se vuelve a introducir en la urna; a continuación se extrae una segunda bola y se observa su color.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 bolas del mismo color?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola blanca salga en la 2ª extracción?



a) P(2 bolas del mismo color) = $\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{8}+\frac{4}{8}\cdot\frac{4}{8}=\frac{9}{64}+\frac{16}{64}=\frac{25}{64}$

b) P(blanca en la 2ª extracción) = $\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{8}+\frac{4}{8}\cdot\frac{1}{8}=\frac{7}{64}$

EJERCICIO 22

Sean *A* y *B* dos sucesos independientes tales que $P(A)=0.4$ y $P(A\cap B)=0.05$.
a) Calcule $P(B)$.
b) Calcule $P(A\cap B^C)$.
c) Sabiendo que no ha sucedido *B*, calcule la probabilidad de que suceda *A*.

a) A y B independientes ⇒ P(A) · P(B) = P(A ∩ B) ⇒ 0,4 · P(B) = 0,05 ⇒ $P(B)=\frac{0{,}05}{0{,}4}=0{,}125$

b) $P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap B^C) \Rightarrow P(A\cap B^C)=P(A)-P(A\cap B)=0{,}4-0{,}05=0{,}35$

c) $P(A/B^C)=\frac{P(A\cap B^C)}{P(B^C)}=\frac{P(A\cap B^C)}{1-P(B)}=\frac{0{,}35}{1-0{,}125}=\frac{0{,}35}{0{,}875}=0{,}4$

OZONO CENTRO de ESTUDIOS
C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com
C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 23

Sean *A* y *B* dos sucesos independientes tales que $P(B)=0.05$ y $P(A/B)=0.35$.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso *A* pero no el *B*?

a) Por ser A y B independientes, $P(A)=P(A/B)=0.35$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,35 \cdot 0,05 = 0,0175$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,35 + 0,05 - 0,0175 = 0,3825$

b) $P(A)=P(A\cap B)+P(A\cap \overline{B})$

$0,35=0,0175+P(A\cap \overline{B}) \rightarrow P(A\cap \overline{B})=0,35-0,0175=0,3325$

EJERCICIO 24

En un determinado curso el 60% de los estudiantes aprueban Economía y el 45% aprueban Matemáticas. Se sabe además que la probabilidad de aprobar Economía habiendo aprobado Matemáticas es 0.75.
a) Calcule el porcentaje de estudiantes que aprueban las dos asignaturas.
b) Entre los que aprueban Economía ¿qué porcentaje aprueba Matemáticas?

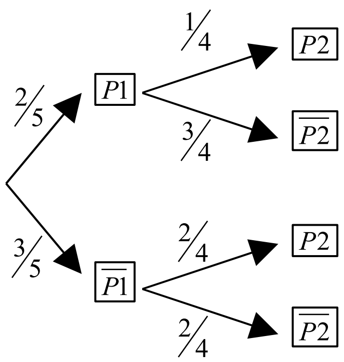
a) $P(E\cap M)=P(M)\cdot P(E/M)=0,45\cdot 0,75=0,3375$

b) $P(M/E)=\dfrac{P(M\cap E)}{P(E)}=\dfrac{0,45\cdot 0,75}{0,60}=0,5625$

EJERCICIO 25

En un concurso se dispone de cinco sobres; dos de ellos contienen premio y los otros tres no. Se pide a un primer concursante que escoja un sobre y observe si tiene premio, y a un segundo concursante que elija otro de los restantes y observe si tiene premio.
a) Escriba el conjunto de resultados posibles asociado a este experimento e indique la probabilidad de cada uno de ellos.
b) ¿Qué probabilidad tiene el segundo concursante de obtener premio? ¿Cuál es la probabilidad de que ambos concursantes obtengan premio?

a)



Resultados posibles	Probabilidad
$P1$ y $P2$	$P(P1 \text{ y } P2)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$
$P1$ y $\overline{P2}$	$P(P1 \text{ y } \overline{P2})=\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$
$\overline{P1}$ y $P2$	$P(\overline{P1} \text{ y } P2)=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$
$\overline{P1}$ y $\overline{P2}$	$P(\overline{P1} \text{ y } \overline{P2})=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

b) $P(P2)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{2}{20}+\frac{6}{20}=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

$$P(P1\cap P2)=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$

EJERCICIO 26

Juan dispone de dos días para estudiar un examen. La probabilidad de estudiarlo solamente el primer día es del 10%, la de estudiarlo los dos días es del 10% y la de no hacerlo ningún día es del 25%. Calcule la probabilidad de que Juan estudie el examen en cada uno de los siguientes casos:
a) El segundo día.
b) Solamente el segundo día.
c) El segundo día, sabiendo que no lo ha hecho el primero.

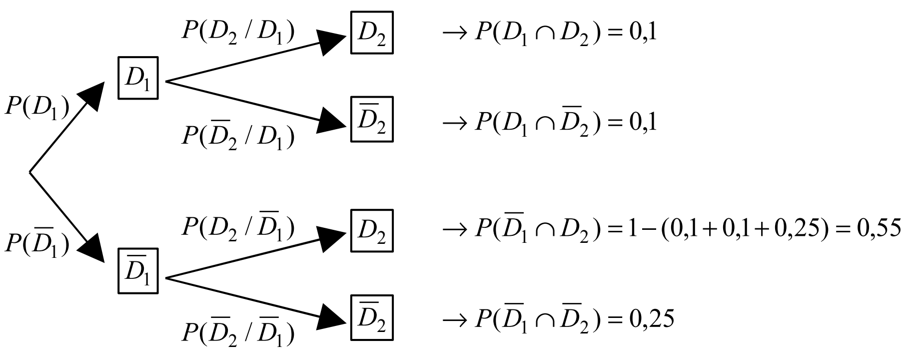
a) $P(D_2)=1-P(\overline{D}_2)=1-\left[P(D_1\cap\overline{D}_2)+P(\overline{D}_1\cap\overline{D}_2)\right]=1-(0{,}1+0{,}25)=1-0{,}35=0{,}65$

b) $P(D_2)=P(D_1\cap D_2)+P(\overline{D}_1\cap D_2)$

$$0{,}65=0{,}1+P(\overline{D}_1\cap D_2)\quad\rightarrow\quad P(\overline{D}_1\cap D_2)=0{,}65-0{,}1=0{,}55$$

c) $P(D_2/\overline{D}_1)=\frac{P(\overline{D}_1\cap D_2)}{P(\overline{D}_1)}=\frac{0{,}55}{P(\overline{D}_1\cap D_2)+P(\overline{D}_1\cap\overline{D}_2)}=\frac{0{,}55}{0{,}55+0{,}25}=\frac{0{,}55}{0{,}8}=0{,}6875$

Con diagrama en árbol



TEMA 10 – CÁLCULO DE PROBABILIDADES

ESPACIO MUESTRAL. SUCESOS

<u>EJERCICIO 1</u> : En una urna hay 15 bolas numeradas de 2 al 16. Extraemos una bola al azar y observamos el número que tiene.
a) Describe los sucesos escribiendo todos sus elementos:
A = "Obtener par" B = "Obtener impar"
C = "Obtener primo" D = "Obtener impar menor que 9"
b) ¿Qué relación hay entre A y B? ¿Y entre C y D?
c) ¿Cuál es el suceso $A \cup B$? ¿y $C \cap D$?

Solución:
a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$ $B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$
$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ $D = \{3, 5, 7\}$
b) $B = A'$; $D \subset C$
c) $A \cup B = E$ (Espacio muestral); $C \cap D = D$

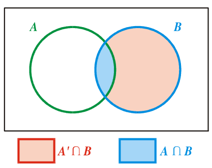
<u>EJERCICIO 2</u> : Consideramos el experimento que consiste en lanzar tres monedas al aire.
a) ¿Cuál es el espacio muestral? ¿Cuántos elementos tiene?
b) Describe los sucesos escribiendo todos sus elementos.: A = "Obtener dos caras y una cruz"
B = "Obtener al menos dos caras" C = "Obtener al menos una cruz"
c) Halla los sucesos $B \cap C$ y C'

Solución:
a) $E = \{ (C, C, C), (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C), (C, +, +), (+, C, +), (+, +, C), (+, +, +) \}$
Tiene 8 elementos.
b) $A = \{ (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C) \}$ $B = \{ (C, C, C), (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C) \}$
$C = \{ (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C), (C, +, +), (+, C, +), (+, +, C), (+, +, +) \}$
c) $B \cap C = \{ (C, C, +), (C, +, C), (+, C, C) \}$ $C' = \{ (C, C, C) \}$

EJERCICIOS PROBABILIDAD

<u>EJERCICIO 3</u> : Sean A y B los sucesos tales que: $P[A] = 0{,}4$ $P[A' \cap B] = 0{,}4$ $P[A \cap B] = 0{,}1$
Calcula $P[A \cup B]$ y $P[B]$.

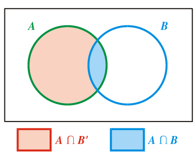
Solución:
• Calculamos en primer lugar $P[B]$:



$P[B] = P[A' \cap B] + P[A \cap B] = 0{,}4 + 0{,}1 = 0{,}5$
• $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0{,}4 + 0{,}5 - 0{,}1 = 0{,}8$

<u>EJERCICIO 4</u> : Sabiendo que: $P[A \cap B] = 0{,}2$ $P[B'] = 0{,}7$ $P[A \cap B'] = 0{,}5$
Calcula $P[A \cup B]$ y $P[A]$.

Solución:



$P[A] = P[A \cap B'] + P[A \cap B] = 0{,}5 + 0{,}2 = 0{,}7$
$P[B] = 1 - P[B'] = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$
$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0{,}7 + 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}8$

EJERCICIO 5 : De dos sucesos A y B sabemos que: $P[A'] = 0,48$ $P[A \cup B] = 0,82$ $P[B] = 0,42$
a) ¿Son A y B independientes? b) ¿Cuánto vale $P[A / B]$?

Solución:

a) $P[A'] = 1 - P[A] = 0,48 \rightarrow P[A] = 0,52$

$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] \rightarrow 0,82 = 0,52 + 0,42 - P[A \cap B] \rightarrow P[A \cap B] = 0,12$

$$\left.\begin{array}{l} P[A]\cdot P[B] = 0,52 \cdot 0,42 = 0,2184 \\ P[A \cap B] = 0,12 \end{array}\right\} P[A \cap B] \neq P[A]\cdot P[B] \Rightarrow \text{No son independientes.}$$

b) $P[A / B] = \dfrac{P[A \cap B]}{P[B]} = \dfrac{0,12}{0,42} = 0,29$

EJERCICIO 6 : Si A y B son dos sucesos tales que: $P[A] = 0,4$ $P[B / A] = 0,25$ $P[B'] = 0,75$
a) ¿Son A y B independientes? b) Calcula $P[A \cup B]$ y $P[A \cap B]$.

Solución:

a) $P[B'] = 1 - P[B] = 0,75 \rightarrow P[B] = 0,25$

Como $P[B / A] = 0,25$ y $P[B] = 0,25$, tenemos que:

$P[B / A] = P[B] \rightarrow A$ y B son independientes.

b) Como A y B son independientes: $P[A \cap B] = P[A] \cdot P[B] = 0,4 \cdot 0,25 = 0,1$

Así: $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,4 + 0,25 - 0,1 = 0,55$

PROBLEMAS PROBABILIDAD

EJERCICIO 7 : En unas oposiciones, el temario consta de 85 temas. Se eligen tres temas al azar de entre los 85. Si un opositor sabe 35 de los 85 temas, ¿cuál es la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas?

Solución:

Tenemos que hallar la probabilidad de que ocurra el siguiente suceso:

A = "el opositor conoce, al menos, uno de los tres temas"

Para calcularla, utilizaremos el complementario. Si sabe 35 temas, hay 85 – 35 = 50 temas que no sabe; entonces:

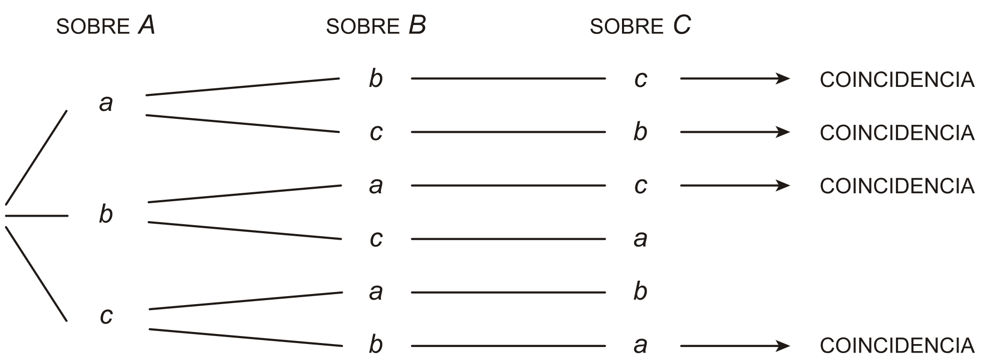
$P[A] = 1 - P[A'] = 1 - P$ ["no sabe ninguno de los tres"] $= = 1 - \dfrac{50}{85} \cdot \dfrac{49}{84} \cdot \dfrac{48}{83} = 1 - 0,198 = 0,802$

Por tanto, la probabilidad de que sepa al menos uno de los tres temas es de 0,802.

EJERCICIO 8 : Tenemos para enviar tres cartas con sus tres sobres correspondientes. Si metemos al zar cada carta en uno de los sobres, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las cartas vaya en el sobre que le corresponde?

Solución:

Hacemos un diagrama que refleje la situación. Llamamos a los sobres A, B y C; y a las cartas correspondientes a, b y c. Así, tenemos las siguientes posibilidades:



Vemos que hay seis posibles ordenaciones y que en cuatro de ellas hay al menos una coincidencia. Por tanto, la probabilidad pedida será: $P = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \approx 0,67$

C/Regaliz 109, portal 3 1º-D
Telf: 950.037.276
Mvl: 673.094.173
www.ozonocentrodeestudios.com

EJERCICIO 9 :
a) Dos personas eligen al azar, cada una de ellas, un número del 1 al 5. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos elijan el mismo número?
b) Si son tres personas las que eligen al azar, cada una de ellas, un número del 1 al 5, ¿cuál es la probabilidad de que las tres elijan el mismo número?

Solución:
a) Para calcular la probabilidad, suponemos que el primero ya ha elegido número. La pregunta es: ¿cuál es a probabilidad de que el segundo elija el mismo número? $P = \frac{1}{5} = 0{,}2$

b) $P = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25} = 0{,}04$

EJERCICIO 10 : En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar inglés, 36 saben hablar francés, y 12 de ellos hablan los dos idiomas.
Escogemos uno de los viajeros al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable francés, sabiendo que habla inglés?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable francés?

Solución:
Vamos a organizar los datos en una tabla, completando los que faltan:

	HABLAN FRANCÉS	NO HABLAN FRANCÉS	
HABLAN INGLÉS	12	36	48
NO HABLAN INGLES	24	48	72
	36	84	120

Llamamos $I =$ "Habla ingles", $F =$ "Habla francés".

a) Tenemos que hallar $P[I \cup F]$: $P[I \cup F] = P[I] + P[F] - P[I \cap F] = \frac{48+36-12}{120} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0{,}6$

b) $P[F/I] = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

c) $P[F \cap \text{no } I] = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

EJERCICIO 11 : En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado matemáticas, 16 que han aprobado inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos.
Elegimos al azar un alumno de esa clase:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés y matemáticas?
b) Sabiendo que ha aprobado matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés?
c) ¿Son independientes los sucesos "Aprobar matemáticas" y "Aprobar inglés"?

Solución:
Organizamos los datos en una tabla de doble entrada, completando los que faltan:

	APRUEBAN MATEMÁTICAS	NO APRUEBAN MATEMÁTICAS	
APRUEBAN INGLÉS	10	6	16
NO APRUEBAN INGLES	8	6	14
	18	12	30

Llamamos $M =$ "Aprueba matemáticas", $I =$ Aprueba inglés".

a) $P[M \cap I] = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} = 0{,}33$

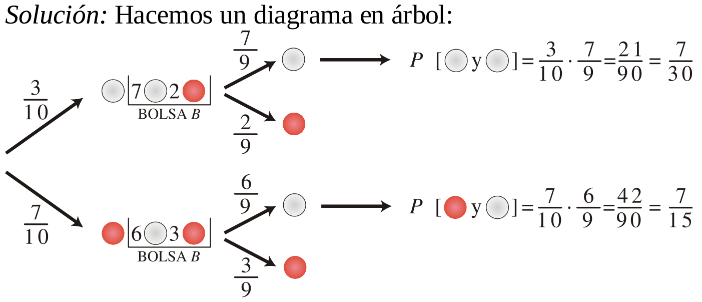
b) $P[I/M] = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} = 0{,}56$

c) $P[M] \cdot P[I] = \frac{18}{30} \cdot \frac{16}{30} = \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{15} = \frac{24}{75} = \frac{8}{25}$ $\qquad P[M \cap I] = \frac{1}{3} \neq \frac{8}{25}$

Como $P[M \cap I] \neq P[M] \cdot P[I]$, los dos sucesos no son independie ntes.

EJERCICIO 12 : Tenemos dos bolsas, *A* y *B*. En la bolsa *A* hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa *B* hay 6 bolas blancas y 2.rojas. Sacamos una bola de *A* y la pasamos a *B*. Después extraemos una bola de *B*.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de *B* sea blanca?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?

Solución: Hacemos un diagrama en árbol:



a) $P[2^a\ Bl] = \dfrac{7}{30} + \dfrac{7}{15} = \dfrac{7}{10}$

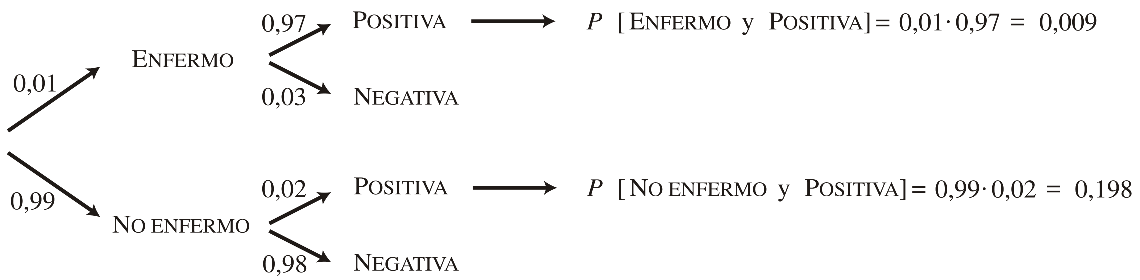
b) $P[Bl\ \text{ y }\ Bl] = \dfrac{7}{30}$

<u>EJERCICIO 13</u> : El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad?

b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?

Solución: Hacemos un diagrama en árbol:



a) P[Enfermo y Positiva] = 0,0097

b) $P[\text{ENFERMO / POSITIVA}] = \dfrac{P[\text{ENFERMO y POSITIVA}]}{P[\text{POSITIVA}]} = \dfrac{0{,}0097}{0{,}0097+0{,}0198} = \dfrac{0{,}0097}{0{,}0295} = 0{,}33$

<u>EJERCICIO 14</u> : Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0,6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0,8; y la de que apruebe los dos es 0,5. Calcula:

a) La probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes.

b) La probabilidad de que no apruebe ninguno.

c) La probabilidad de que apruebe el segundo examen en caso de haber aprobado el primero.

Solución: Llamamos: A = "aprobar el primer examen" B = "aprobar el segundo examen"

Tenemos entonces que: $P[A] = 0{,}6;\quad P[B] = 0{,}8;\quad P[A \cap B] = 0{,}5$

a) $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0{,}6 + 0{,}8 - 0{,}5 = 0{,}9$

b) $1 - P[A \cup B] = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

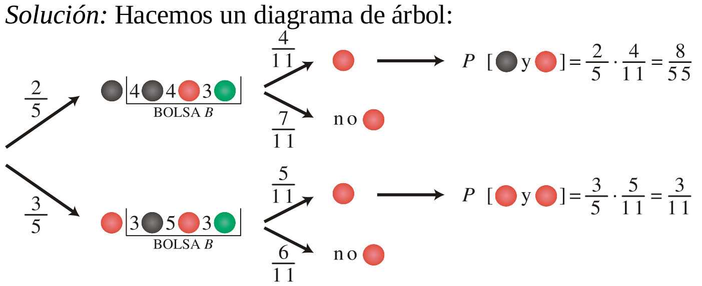
c) $P[B/A] = \dfrac{P[B \cap A]}{P[A]} = \dfrac{0{,}5}{0{,}6} = 0{,}83$

<u>EJERCICIO 15</u> : En una bolsa, *A*, hay 2 bolas negras y 3 rojas. En otra bolsa, *B*, hay 3 bolas negras, 4 rojas y 3 verdes. Extraemos una bola de *A* y la introducimos en la bolsa *B*. Posteriormente, sacamos una bola de *B*.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea roja?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas?

Solución: Hacemos un diagrama de árbol:

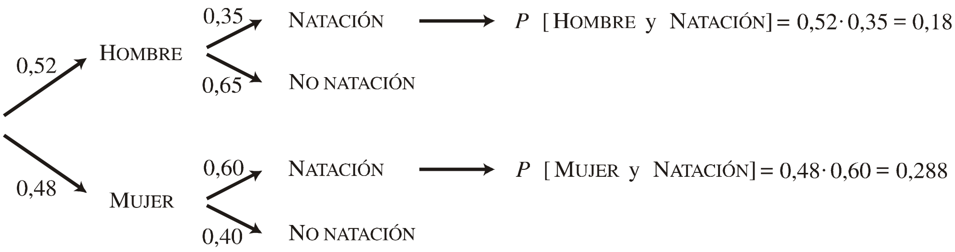


a) $P[2^a\ R] = \dfrac{8}{55} + \dfrac{2}{11} = \dfrac{23}{55}$

b) $P[R\ \text{ y }\ R] = \dfrac{3}{11}$

<u>EJERCICIO 16</u> : En un club deportivo, el 52% de los socios son hombres. Entre los socios, el 35% de los hombres practica la natación, así como el 60% de las mujeres. Si elegimos un socio al azar:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique la natación?
b) Sabiendo que practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

Solución: Hacemos un diagrama en árbol:



a) $P[\text{Natación}] = 0{,}182 + 0{,}288 = 0{,}47$

b) $P\left[\text{Mujer / Natación}\right] = \dfrac{P\left[\text{Mujer y Natación}\right]}{P\left[\text{Natación}\right]} = \dfrac{0{,}288}{0{,}47} = 0{,}613$