EJERCICIO 1

Sea la función $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$.

a) Indique el dominio de definición de f, sus puntos de corte con los ejes, sus máximos y mínimos, si existen, y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
b) Obtenga las ecuaciones de las asíntotas horizontales y verticales de f, si las tiene, y represente la gráfica de la función.

EJERCICIO 2

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x<1 \\ -x^2+4x-2 & \text{si} \quad x\geq 1 \end{cases}$$

a) Analice su continuidad y su derivabilidad.
b) Estudie la monotonía, determine sus extremos y analice su curvatura.
c) Represente la gráfica de la función.

EJERCICIO 3

Sea la función $f(x)=-x^3+6x^2-9x$.

a) Estudie la monotonía y calcule los extremos relativos de f.
b) Estudie la curvatura y calcule el punto de inflexión de f.
c) Represente gráficamente la función.

EJERCICIO 4

a) Halle la función derivada de la función $f(x)=L\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$ y simplifique el resultado.
b) Obtenga las asíntotas de la función $f(x)=\dfrac{2x+3}{3x-1}$.
c) Obtenga los intervalos de concavidad y convexidad de la función $f(x)=x^3-\dfrac{3}{2}x^2$.

EJERCICIO 5

Sea la función $f(x)=\dfrac{4x-1}{2x-2}$.

a) Determine su dominio, los puntos de corte con los ejes, sus asíntotas, y represéntela gráficamente.
b) Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $y=f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$.

EJERCICIO 6

a) Dada la función $f(x)=ax^2+bx$, calcule a y b para que la función tenga un extremo relativo en el punto (1 , 4).
b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x)=\dfrac{2}{x}+Lx$ en el punto de abscisa $x = 1$.

EJERCICIO 7

Sea la función

$$f(x)=\begin{cases} 9-x^2 & \text{si} \quad x\leq 3 \\ -2x^2+16x-30 & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$$

a) Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) Estudie su monotonía y calcule sus extremos relativos.
c) Represéntela gráficamente.

EJERCICIO 8

La temperatura T, en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t, en horas, por la expresión:

$$T(t)=40t-10t^2 \quad \text{con} \quad 0\leq t\leq 4.$$

a) Represente gráficamente la función T y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.
b) ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

EJERCICIO 9

a) Halle los valores de a y b para que la función $f(x)=x^3+ax^2+b$ tenga un extremo relativo en el punto (-2, 3).
b) Halle la ecuación de la recta tangente a la curva $y=x^3-4x+2$ en su punto de inflexión.

EJERCICIO 10

a) Calcule la ecuación de la recta tangente a $y=\dfrac{1}{x-1}$ en el punto de abscisa x = 2.
b) ¿En qué punto de la gráfica de la función $f(x)=2x^2+3x+1$, la recta tangente es paralela a $y=3x-5$?
c) Sea $g(x)=2x^2-8x+a$. Halle a para que el valor mínimo de g sea 3.

EJERCICIO 11

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+7 & \text{si} \quad x\le 3 \\ \dfrac{4}{x-2} & \text{si} \quad x>3 \end{cases}$$

b) Calcule la derivada de

$$g(x)=(x+1)\cdot e^{2x+1}.$$

EJERCICIO 12

Calcule las derivadas de las siguientes funciones (no es necesario simplificar el resultado):

a) $f(x)=\dfrac{3x-1}{x}-\left(5x-x^2\right)^2$.
b) $g(x)=\left(x^2-1\right)\cdot Lx$.
c) $h(x)=2^{5x}$.
d) $i(x)=\left(x^3-6x\right)\cdot\left(x^2+1\right)^3$.

EJERCICIO 13

De una función f se sabe que su función derivada es $f'(x)=3x^2-9x+6$.
a) Estudie la monotonía y la curvatura de f.
b) Sabiendo que la gráfica de f pasa por (0 , 1), calcule la ecuación de la recta tangente en dicho punto.

EJERCICIO 14

Sea la función $f(x)=x^3+3x^2$.
a) Obtenga la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa x = −1.
b) Halle su punto de inflexión.
c) Dibuje la gráfica de la función, estudiando previamente la monotonía y los extremos relativos.

EJERCICIO 15

a) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f definida de la forma $f(x)=1+L(2x-1)$ en el punto de abscisa x = 1.
b) Deduzca razonadamente las asíntotas de la función g, definida de la forma

$$g(x)=\frac{3-x}{x-2}$$

c) Determine la posición de la gráfica de la función g respecto de sus asíntotas.

EJERCICIO 16

Sea la función $f(x)=\begin{cases} 2^x & \text{si} \quad x<1 \\ \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f.
b) Calcule sus asíntotas.
c) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2.

EJERCICIO 17

El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por:

$$f(t) = -t^2 + 12t - 31 \ , \quad 4 \le t \le 7$$

a) Represente la gráfica de la función f.
b) ¿Para qué valor de t alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende? ¿Para qué valor de t alcanza su beneficio mínimo y cuál es éste?

EJERCICIO 18

Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & si \quad x < 0 \\ -\dfrac{1}{x} & si \quad x \ge 0 \end{cases}$

a) Dibuje la gráfica de f y estudie su monotonía.
b) Calcule el punto de la curva en el que la pendiente de la recta tangente es −1.
c) Estudie la curvatura de la función.

EJERCICIO 19

Sea f la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & si \quad x < 1 \\ x^2 + bx + 3 & si \quad x \ge 1 \end{cases}.$$

Determine los valores que deben tener a y b para que f sea derivable.

EJERCICIO 20

a) Determine a y b en la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + 5$ sabiendo que ésta tiene un máximo en el punto (2, 9).
b) Calcule las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$.

EJERCICIO 21

Halle $f'(2)$, $g'(4)$ y $h'(0)$ para las funciones definidas de la siguiente forma

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2} \ ; \quad g(x) = \left(x^2 + 9\right)^3 \ ;$$
$$h(x) = L\left(x^2 + 1\right).$$

EJERCICIO 22

El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por la función $f(t) = -4t^2 + 60t - 15$, $1 \le t \le 8$.

a) ¿Cuál será el valor de las existencias para t = 2? ¿Y para t = 4?
b) ¿Cuál es el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?
c) ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 miles de euros?

EJERCICIO 23

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x - \dfrac{x^2}{2} & si \quad x \le 4 \\ 2x - 8 & si \quad x > 4 \end{cases}.$$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de esta función.
b) Represéntela gráficamente e indique, a la vista de la gráfica, su monotonía y sus extremos.

EJERCICIO 24

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & si \quad x \le 0 \\ x^2 + ax & si \quad x > 0 \end{cases}.$$

a) Para a = 2 represente gráficamente la función f, e indique sus extremos relativos.
b) Determine el valor de a para que la función f sea derivable.

EJERCICIO 25

Sea la función $f(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$.

a) Determine su dominio, puntos de corte con los ejes, las asíntotas y la monotonía.
b) Represente gráficamente la función.