

1. Calcular los siguientes límites:

(1).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 6x}{12x}$$

(2).

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} 2x - \cos x}$$

(3).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos x - x^2}{5x^2}$$

(4).

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \operatorname{sen} x}{\ln(x^2)}$$

(5).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{3x - \operatorname{sen} 3x}$$

(6).

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x) \operatorname{tg} x$$

(7).

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{(x - \frac{\pi}{3})^2}{2 \cos x - 1}$$

(8).

$$\lim_{x \rightarrow k} \left(4 - \frac{3x}{k} \right)^{\operatorname{tg}(\frac{\pi x}{2k})}$$

(9).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1/(1-\ln x)}$$

(10).

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(\operatorname{sen} \frac{x}{2})}{(x - \pi)^2}$$

(11).

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cot x}{5 \cos 2x}$$

(12).

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\cot(\frac{\pi x}{2})}$$

(13).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{\operatorname{sen} 2x}}{3x - \operatorname{sen} 3x}$$

(14).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{1 - \cos \frac{x}{2}}$$

(15).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} 2x}{x + \operatorname{sen} 3x}$$

(16).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{sen}(a+x)} - e^{\operatorname{sen} a}}{\operatorname{sen}(a+x) - \operatorname{sen} a}$$

(17).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{sen} x} - x - 1}{2x^2 - x^3}$$

(18).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi x) - \pi x}{2x^2 \operatorname{tg}(\pi x)}$$

(19).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x + (\ln x)^3}$$

(20).

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e}{e^x - e} - \frac{1}{x - 1} \right)$$

(21).

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 - 8}$$

(22).

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} ax}{\operatorname{sen} bx}$$

(23).

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{tg} x}{x - \frac{\pi}{4}}$$

(24).

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

(25).

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 4x}{x \sqrt{x^2 - 4x}}$$

(26).

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{4x^2 - 7x + 1}}{\sqrt[3]{1 - 8x - x^3}}$$

(27).

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x - 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} \right)$$

$$(28). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 1} - x \right)$$

$$(29). \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\operatorname{tg} x}{\ln \left(x - \frac{\pi}{2} \right)}$$

$$(30). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\cot x}$$

$$(31). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^{-x}$$

$$(32). \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{sen} x)^{1/x}$$

$$(33). \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{sen} x)^{\operatorname{tg} x}$$

$$(34). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4} \right)^x$$

$$(35). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 2}{x - 1} \right)^{\frac{x+3}{4}}$$

$$(36). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^x + 5^x}{2} \right)^{1/x}$$

$$(37). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3^x + 5^x}{2} \right)^{1/x}$$

$$(38). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \operatorname{sen} x}{x^3}$$

$$(39). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\operatorname{sen} x - x}$$

$$(40). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\operatorname{sen} x}}{x^3}$$

$$(41). \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + 2 \cos x)^{1/\cos x}$$

$$(42). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - 2x + 3)^{1/x}$$

$$(43). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1 + x)}{1 - \cos x}$$

$$(44). \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{3/x^2}$$

$$(45). \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (\operatorname{sen} x)^x$$

$$(46). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} \right)^{\operatorname{tg} x}$$

$$(47). \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + \operatorname{sen} x}{e^x + \cos x}$$

$$(48). \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{\ln x} - \frac{1}{x \ln x} \right)$$

$$(49). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \operatorname{sen} x}{x + \cos x}$$

$$(50). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \ln(\cos x)}{x^2}$$

$$(51). \quad \lim_{x \rightarrow 0} (a^{2x} - 1)^{x/2}$$

$$(52). \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cot 2x)^{1/\ln x}$$

$$(53). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{2x} - \frac{1}{2x(e^x + 1)} \right]$$

$$(54). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x - 1)}{\cos x - \operatorname{sen} x + x - 1}$$

$$(55). \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2}$$

$$(56). \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^x$$

$$(57). \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln x$$

$$(58). \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x - 1)}{\ln^2 x}$$

Soluciones:

(1).	$\frac{1}{2}$	(16).	$e^{\operatorname{sen} a}$	(31).	$0, \text{ si } x \rightarrow +\infty$	(45).	1
(2).	1	(17).	$\frac{1}{4}$	(32).	$-\infty, \text{ si } x \rightarrow -\infty$	(46).	1
(3).	0	(18).	$\frac{\pi^2}{6}$	(33).	e	(47).	1
(4).	$\frac{1}{2}$	(19).	0	(34).	1	(48).	2
(5).	$\frac{2}{27}$	(20).	$-\frac{1}{2}$	(35).	e^{-2}	(49).	1
(6).	2	(21).	$-\frac{1}{12}$	(36).	$e^{3/4}$	(50).	1
(7).	0	(22).	$\frac{a}{b}$	(37).	$\sqrt{15}$	(51).	1
(8).	$e^{6/\pi}$	(23).	-2	(38).	5	(52).	e^{-1}
(9).	1	(24).	-1	(39).	$\frac{1}{2}$	(53).	∞
(10).	$-\frac{1}{8}$	(25).	∞	(40).	-2	(54).	-2
(11).	$-\frac{1}{5}$	(26).	0	(41).	$\frac{1}{6}$	(55).	$\frac{1}{2}$
(12).	$e^{-4/\pi}$	(27).	3	(42).	e^2	(56).	e^2
(13).	$\frac{8}{27}$	(28).	-1	(43).	1	(57).	0
(14).	16	(29).	∞	(44).	2	(58).	$\frac{1}{2}$
(15).	$-\frac{1}{4}$	(30).	0		e^{-6}		

2. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{\operatorname{sen}(\pi x)}$$

Solución: $-\frac{1}{\pi}$

3. Calcula los límites laterales en $x_0 = 0$ de la función $f(x) = \frac{|x|}{x}$

Solución: en $0^+ = 1$; en $0^- = -1$

4. Estudiar el dominio de la función:

$$y = f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x^2}\right)$$

Solución: $] -2, 0[\cup] 0, +\infty[$.

5. Determinar su dominio de la función:

$$f(x) = \frac{x(\ln x)^2}{(x-1)^2}$$

Solución: $] 0, +\infty[$

6. Estudiar el dominio de la función:

$$f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$$

Solución: \mathbb{R} .

7. Estudiar el dominio de la función f definida como:

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

Solución: \mathbb{R} .

8. Demostrar que si f es una función que está acotada en un entorno de un punto x_0 y si g es otra función tal que:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0 \implies \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0$$

9. Calcular a para que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + ax + 1} - x = 2.$$

Solución: $a = 4$

10. Calcular

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x}).$$

Solución: $\frac{a}{2}$

11. Calcular los límites de $f(x) = \frac{1-\cos x}{x^2}$ en 0 ; 1 e ∞ .

Solución: en $0 \rightarrow \frac{1}{2}$; en $1 \rightarrow 1 - \cos 1$; en $\infty \rightarrow 0$.

12. Calcula c para que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{cx} = e.$$

Solución: $\frac{1}{3}$

13. Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1 + \tan x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

Solución: 1

14. Determina, si existe, el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{e^x + 1}.$$

Solución: No, en $0^+ \rightarrow \frac{1}{2}$ y en $0^- \rightarrow 1$.

15. Calcula a y b para que las funciones $f(x) = ae^{\frac{\sin^2 x}{x}} + b \cos x$ y $g(x) = 3a \frac{\sin x}{x} + b(x-1)$ tengan el mismo límite en $x_0 = 0$. Indica el valor del límite.

Solución: $a = 3$; $b = 3$; Límite = 6

16. Encuentra una función $f(x)$ que no tenga límite en $x_0 = 2$ y sin embargo $(f(x))^2$ sí tenga límite en $x_0 = 2$.

17. Determina, si existe, el límite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{2x}{x^2 - 9} - \frac{x+1}{x-3} \right].$$

Solución: Para $3^+ \rightarrow -\infty$; Para $3^- \rightarrow +\infty$

18. Determinar a sabiendo que existe y es finito el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} + ax}{x - \sin x}$$

Calcular dicho límite.

Solución: $a = -2$, límite = 2

19. Siendo $\ln x$ el logaritmo neperiano de x , calcular

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

Solución: $\frac{1}{2}$

20. Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1) \sin x}{x^3 - x^2}$$

Solución: -1

21. Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-3x}$$

Solución: $\frac{1}{2}, 0$

22. Hallar a para que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax + 1} - x) = 2$$

Solución: $a = 4$

23. **Selectividad Septiembre 2000.** Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg}(x^2)}$$

Solución: 1.

24. **Selectividad Septiembre 2003.** Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x) - \operatorname{sen} x}{x \cdot \operatorname{sen} x}$$

siendo $\ln(1 + x)$ el logaritmo neperiano de $1 + x$.

Solución: $-\frac{1}{2}$.

25. **Selectividad junio 2009.** Calcular el siguiente límite (\ln denota logaritmo neperiano):

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$$

Solución: 1.