Derivadas

1) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{e^{3x}}{1+x^2}$

b) $g(x)=\ln\{x(1+3x^2)\}$

c) $h(x)=2^{5x}+\dfrac{1}{x^2}$

d) $f(x)=\dfrac{e^{-2x}}{(-x^2+2)^2}$ e) $g(x)=(2x+1)^3$, $h(x)=\dfrac{x-1}{2^x}$.

e) $f(x)=(2x^2-3)^3$; $g(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}$; $h(x)=x\cdot e^{3x}$

f) $g(x)=(3x+1)^3\cdot L(x^2+1)$; $h(x)=\dfrac{e^x}{7x^5-4}$

2) Calcule las derivadas:

$f(x)=\dfrac{2^x+x^2}{x}$; $g(x)=(x^2+1)^2-\ln(e^{3x}+4)$; $h(x)=\dfrac{1}{3x}-\dfrac{5}{x^2-2}$

$f(x)=\left(\dfrac{2-5x}{3}\right)^2+\dfrac{1-2x}{x^2}$; $g(x)=(3x+2)^2\cdot\ln(1+x^2)$

3) Calcula las derivadas:

a) $f(x)=(x^3+1)\cdot e^{7x}$

b) $g(x)=3^x\cdot Ln(x)$

c) $h(x)=(x^2+1)\cdot(x^5-6x)^6$

d) $i(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x^2-2}$

a) $f(x)=\dfrac{3x-1}{x}-(5x-x^2)^2$

b) $g(x)=(x^2-1)\cdot Lx$

c) $h(x)=2^{5x}$

d) $i(x)=(x^3-6x)\cdot(x^2+1)^3$

5) Deriva:

$g(x)=\dfrac{3}{(2x-5)^2}+L(1-x)$, $h(x)=\dfrac{e^x}{x^3+1}$

a) $f(x)=\dfrac{e^{5x}}{x^3-1}$. b) $g(x)=4x\cdot L(3x+1)$. c) $h(x)=(x^2-1)\cdot(x^3+2x)$. d) $p(x)=\dfrac{x+2}{x-2}$

6) Deriva:

a) $f(x)=\dfrac{1-3x}{x}+(5x-2)^3$

b) $g(x)=(x^2+2)\cdot L(x^2+2)$

c) $h(x)=3^{5x}+e^x$

7) Deriva.

a) $f(x)=\dfrac{Lx}{x^2}$

b) $g(x)=(1-x^3)\cos x$

c) $h(x)=4x^3-5x+\dfrac{1}{e^x}$

Continuidad y derivabilidad

1) a) (1'5 puntos) Sea la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - bx - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Determine los valores de a y b, para que la función f sea derivable en x = 2.

b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$, en el punto de abscisa x=0.

Sol: a) a=-7; b=2; b) y + 2 = -3x,

2) (2'5 puntos) Determine los valores que han de tomar a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax - 7 & \text{si } x < 1 \\ 4x - b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$ sea derivable en R.

Sol: a=6; b=2

3) Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2ax + 3 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ -x^2 + 8x - 15 & \text{si } x > 3 \end{cases}$.

a) (0'75 puntos) Calcule el valor de a para que *f* sea continua en *x* = 1.
b) (1'75 puntos) Para *a* = 2 estudie la continuidad y la derivabilidad de *f*.

Sol: a=2) b) f es continua en todo R; **es derivable en R – {1,3}.**

4) Se considera la función dada por $f(x) = \begin{cases} \frac{-2}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2}{x-2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(a) (1'5 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f.
(b) (1 punto) Halle las ecuaciones de las asíntotas de esta función.

Sol: *a)* f(x) es continua en R – {-2,2}. f(x) es derivable en R – {-2,2,0}.
b)Asintotas verticales x=-2; x=2; AH recta y=0 tanto en infinito como –infinito

5)(1 punto) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $g(x) = -2.e^{3x}$ en el punto de abscisa *x* = 0.**Sol: y = -6x – 2.**

6) Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ 4 - \frac{a}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

(a) (1'5 puntos) Halle el valor de "a" para que dicha función sea continua y estudie la derivabilidad de f para ese valor de "a".
(b) (1 punto) Para a = 1, ¿existe alguna asíntota vertical de esa función? ¿y horizontal? Razone las respuestas y calcule, en caso afirmativo, dichas asíntotas.

Sol: a=4; b)No tiene asíntotas verticales; AH y=4 en +∞ (No existe en -∞)

7) Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x+4 & \text{si } x < 2 \\ \frac{4}{x} & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ x^2 - 4x + 1 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

(a) (1 punto) Estudie la continuidad y la derivabilidad de *f Sol:*
(c) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente a la grafica de la función en el punto de abscisa x = 3.
Sol: f es continua en R. La función f es derivable en R – {4}.b) y - 4/3 = (-4/9).(x-3).

8) Sea la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 5 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

a) (1.5 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función.
b) (1 punto) Represéntela gráficamente
Sol: **f(x) es continua en R – {0}. f(x) es derivable en R – {0},**

9) Sea la función definida por $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2} & \text{si } x \leq 0 \\ x^3 - 4x^2 & \text{si } 0 < x \leq 4 \\ 1 - \dfrac{4}{x} & \text{si } x > 4 \end{cases}$

a) (1'75 puntos) Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) (0'75 puntos) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa x = 2.

Sol: a) f(x) es continua en R; es derivable en R-{4} b) Sol: y = -4x.

10) Sea la función $f(x) = \begin{cases} 3^x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 6x+8 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

a) (2 puntos) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f.
b) (1 punto) Calcule la ecuación de la recta tangente y la normal a la gráfica de la función f en el punto de abscisa x = 3.
a) Sol: Continua en todo R; es derivable en R-{1}b) y+1 = 0, x=3

11) Sea la función $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$.

a) (1 punto) Represente gráficamente la función. b) (1 punto) Estudie la continuidad de la función. c) (1 punto) Estudie la derivabilidad de la función.
Sol: continua en R es derivable en R-{1}

12) Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^2+x & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{x}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) (2 puntos) Analice la continuidad y la derivabilidad de la función en su dominio. b) (0'5 puntos) Determine la asíntota horizontal, si la tiene. c) (0'5 puntos) Determine la asíntota vertical, si la tiene.
Sol: a) *es continua y derivable en R b)* la recta "y = 1" es la AH de f(x) en +∞ en. -∞ no tiene.c)AV no tiene

13) (1'5 puntos) Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función f(x) = 3/x en el punto de abscisa x = - 1 **Sol: y + 3 = -3.(x + 1)**

14) **Sea la función definida de la forma** $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{x-1} & si \quad x < 2 \\ 2x^2 - 10x & si \quad x \geq 2 \end{cases}$

a) Halle el dominio de f.
b) Estudie la derivabilidad de f en x = 2 .
c) Halle la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0 .**Sol: *Dominio R −{1} .b)No es derivable c)*** y = − 2x; y=1/2 x

15) **Sea la función** $f(x)=\begin{cases} x^2+4 & si \quad x\le 1 \\ ax+b & si \quad x>1 \end{cases}$

a) Calcule a y b, sabiendo que f (2) = 7 y que f es continua en x = 1.
b) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = −1.
***Sol: a)a = 2 ; b = 3; b)* y = −2x + 3**

16) **Sea la función** $f(x)=\begin{cases} e^x & si \quad x\le 0 \\ x^2+x+1 & si \quad x>0 \end{cases}$.

a) ¿Es f continua en x = 0 ? ¿Es continua en su dominio?.SOL:Si
b) ¿Es f derivable en x = 0 ? ¿Es derivable en su dominio?.Sol:Si
c) Asintotas. AH en x= **-∞ y=0.**

17) a) Halle los valores de a y b para que la recta tangente a la gráfica de f (x) = ax ^{2} − b en el punto (1,5) sea la recta y = 3x + 2 **Sol: a=3/2 b=7/2**
b) **Para** $g(x)=e^{1-x}+L(x+2)$**, calcule** $g'(1)$**.** **Sol:-2/3**

18) **Se considera la función** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x-3}{x+1} & si \quad x\le 0 \\ x^2+2x-3 & si \quad x>0 \end{cases}$

a) Estudie su derivabilidad en x = 0. **Sol: No es derivable**
b) Determine si existen asíntotas y obtenga sus ecuaciones. ***Sol: AV x = −1 AH en-∞ y=2***

19) **Sea la función** $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-k}{x+1} & si \quad x>0 \\ x^2+2x+1 & si \quad x\le 0 \end{cases}$

a) Calcule el valor de *k* para que la función *f* sea continua en *x* = 0. Para ese valor de *k* , ¿es *f* derivable en *x* =0?
b) Para *k* = 0, calcule $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *y* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

Sol: k=-1 No es derivable; b) (+∞->++∞;-∞->1)

20) a) Sea la función definida para todo número real x por f (x) = ax ^{3} + bx . Determine a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto (1,1) y que en ese punto la pendiente de la recta tangente es − 3 .***Sol: a = − 2 ; b = 3***

21) **Dada la función:** $f(x)=\begin{cases} ax^2-2 & si \; x\le -2 \\ a & si \; -2<x\le 2 \\ x & si \; x>2 \end{cases}$

a) Calcule el valor de “a” para que f sea continua en x = 2 .b) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f cuando a = 2.c) Dibuje la gráfica de la función que se obtiene cuando a = 2.**Sol:a =2 b)** continuidad R−{ − 2 }, derivable en R −{ − 2,2 }

22) Determine los valores de a y b para que sea derivable la función: $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx-3 & si \quad x\le 1 \\ 2bx-4 & si \quad x>1 \end{cases}$
b) Represente gráficamente la función f si a = 1 y b = 2 .
Sol: a =1 ; b = 2

23) **Sea la función** $f(x)=\begin{cases} 2^x & \text{si} \quad x<1 \\ \dfrac{2}{x} & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de *f*.
b) Calcule sus asíntotas.
c) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa *x* = 2

a)Continua en R Derivable en R −{ − 1};b)AV no tiene. AH +∞***y=0* - ∞*y=0;c)y=-1/2x+2***